ALBERTO GIUNTA 0000691428

matrix A =

3 0 4

7 4 3

-1 -1 -2

METODO RHO ITERAZIONI

JACOBI 1.374859 Rho >= 1

GAUSS\_SEIDEL 0.125000 8



matrix B =

5 0 -1 2

-2 4 1 0

0 -1 4 -1

2 0 0 3

METODO RHO ITERAZIONI

JACOBI 0.528723 20

GAUSS\_SEIDEL 0.129099 7

matrix C =

3 -1 0 0 0 -1

-1 3 -1 0 -1 0

0 -1 3 -1 0 0

0 0 -1 3 -1 0

0 -1 0 -1 3 -1

-1 0 0 0 -1 3

METODO RHO ITERAZIONI

JACOBI 0.804738 47

GAUSS\_SEIDEL 0.657440 27



matrix D =

4 -1 0 0 0 0 0 0 0 0

-1 4 -1 0 0 0 0 0 0 0

0 -1 4 -1 0 0 0 0 0 0

0 0 -1 4 -1 0 0 0 0 0

0 0 0 -1 4 -1 0 0 0 0

0 0 0 0 -1 4 -1 0 0 0

0 0 0 0 0 -1 4 -1 0 0

0 0 0 0 0 0 -1 4 -1 0

0 0 0 0 0 0 0 -1 4 -1

0 0 0 0 0 0 0 0 -1 4

METODO RHO ITERAZIONI

JACOBI 0.479746 16

GAUSS\_SEIDEL 0.230157 11



matrix E =

2 -1 0 0 0 0 0 0 0 0

-1 2 -1 0 0 0 0 0 0 0

0 -1 2 -1 0 0 0 0 0 0

0 0 -1 2 -1 0 0 0 0 0

0 0 0 -1 2 -1 0 0 0 0

0 0 0 0 -1 2 -1 0 0 0

0 0 0 0 0 -1 2 -1 0 0

0 0 0 0 0 0 -1 2 -1 0

0 0 0 0 0 0 0 -1 2 -1

0 0 0 0 0 0 0 0 -1 2

METODO RHO ITERAZIONI

JACOBI 0.959493 199

GAUSS\_SEIDEL 0.920627 109



matrix F = Poisson(5)

METODO RHO ITERAZIONI

JACOBI 0.866025 67

GAUSS\_SEIDEL 0.750000 37

matrix G = Poisson(10)

METODO RHO ITERAZIONI

JACOBI 0.959493 196

GAUSS\_SEIDEL 0.920627 108



matrix H = Poisson(50)

METODO RHO ITERAZIONI

JACOBI 0.998103 2566

GAUSS\_SEIDEL 0.996210 1466

matrix I = Poisson(100)

METODO RHO ITERAZIONI

JACOBI 0.999516 3000

GAUSS\_SEIDEL 0.999033 3000



Ricordiamo intanto le condizioni sufficienti per la convergenza. Dalla teoria, abbiamo i seguenti teoremi:

1. Se per una qualche norma risulta ||T|| < 1 allora il processo iterativo del metodo usato è convergente per ogni iterato.
2. Se la matrice A è a diagonale strettamente dominante allora sia il metodo di Jacobi che quello di Guass-Seidel convergono e si ha ||T gauss|| <= || T jacobi|| < 1.
3. Se la matrice A è simmetrica e definita positiva il metodo di Gauss è convergente.

Ora che abbiamo posto questi presupposti passiamo ad analizzare le matrici che sono state testate:

* Possiamo vedere che la matrice A, usando il metodo di Jacobi ha un raggio spettrale >= 1, questo comporta la sua non convergenza al contrario del metodo di Gauss Seidel per la quale invece converge in 8 iterazioni (avendo essa raggio spettrale < 1, vedi (1)).
* Per tutte le altre matrici si ha che il metodo di Gauss Jordan porta sempre a risultati “migliori” dal punto di vista dell’errore relativo e della velocità di convergenza (esso converge più velocemente e l’errore relativo è sempre minore), rispetto al metodo di Jacobi, ma essendo tutte a diagonale strettamente dominante si ha convergenza con entrambi i metodi (vedi (2)). Questo dipende anche da come sono fatti intrinsecamente gli algoritmi: Gauss Seidel è più veloce di Jacobi, oltre che per il fatto di lavorare con un raggio spettrale minore, esso, anche se non parallelizzabile non ha bisogno di usare tutti gli iterati calcolati precedentemente, come invece ha bisogno di fare il metodo di Jacobi.
* Si può notare che tanto maggiore è il raggio spettrale della matrice di trasposizione T, maggiore sarà il numero di iterazioni necessarie per raggiungere la fine dell’algoritmo.
* Possiamo notare un comportamento particolare nelle matrici D ed E: una (D) è rispettivamente “più” a diagonale dominante dell’altra (E) e si ha anche che il loro raggio spettrale, con entrambi i metodi, è minore (e non di poco) in D rispetto ad E. Questo comportamento non viene dimostrato da nessun teorema, ma l’ho ritenuto comunque particolare e degno di nota.

La matrice sottostante è la visualizzazione di una matrice di Poisson. Esse sono generalmente matrici simmetriche ma non definite positive.

Di questa matrice non si può quindi dire nulla a priori rispetto alla velocità di convergenza, perciò affidandoci ai risultati degli algoritmi di Gauss Seidel e di Jacobi possiamo vedere che questo tipo di matrici tende ad avere un valore del raggio spettrale sempre molto elevato, comportando quindi un alto numero di iterazioni per raggiungere la fine dell’algoritmo, e nel caso di Poisson di ordine 100 non bastano neanche le 3000 iterazioni limite (e diversi minuti) per arrivare alla convergenza.